7 класс **2023-2024 уч.г.**

Задание № 2

Задача 1

На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если его периметр увеличить на 15%?

Решение.

Пусть длина стороны квадрата равна a, тогда периметр квадрата равен $P = 4a$, а площадь квадрата равна $S = a^2$.

После увеличения периметра квадрата на 15% периметр квадрата станет равным $P + 0{,}15P = 1{,}15P$. В этом случае длина стороны квадрата стала равной $a_1 = \frac{1{,}15P}{4} = \frac{1{,}15 \cdot 4a}{4} = 1{,}15a$, а площадь квадрата – $S_1 = (1{,}15a)^2 = 1{,}3225a^2$.

Так как $S_1 > S$, то площадь квадрата увеличилась на $S_1 - S = 1{,}3225a^2 - a^2 =$ $= 0{,}3225a^2$, что составляет 0,3225 от S или 32,25% от S.

Ответ. Площадь квадрата увеличилась на 32,25%.

Задача 2

Решите числовой ребус:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}\text{МАГНИЙ}\\ \text{ТАНТАЛ}\end{array} \\ \hline \text{МЕТАЛЛЫ} \end{array}$$

Решение.

Так как сумма двух цифр не превосходит 9 + 9 = 18, то в разряд десятков переходит не более 1, тогда сумма в разряде десятков не превосходит 9 + 9 + 1 = 19, следовательно, в разряд сотен переходит не более 1, аналогично, во все остальные разряды переходит не более 1. Так как сумма двух шестизначных чисел равна семизначному числу, то в разряде миллионов будет 1, то есть М = 1. Тогда ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}1АГНИЙ\\ ТАНТАЛ\end{array}\\ \hline 1ЕТАЛЛЫ \end{array}$$

Чтобы в разряд миллионов перешла 1, $1 + Т \geq 10$ или $1 + Т + 1 \geq 10$, тогда $Т = 8$ или $Т = 9$. Так как $Е \neq 1$ (разным буквам соответствуют разные цифры по правилам числового ребуса) и $1 + Т + 1 \leq 11$, то $Е = 0$.

Если $Т = 8$, то $2А \geq 10$, $А \geq 5$ (иначе $1 + 8 = 9$ и перехода в разряд миллионов не будет). Кроме того, так как Т – цифра четная, то нет перехода 1 в разряд десятков тысяч, значит, $2А = 18$, $А = 9$. Тогда ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}19ГНИЙ\\ 89Н89Л\end{array}\\ \hline 1089ЛЛЫ \end{array}$$

Так как цифры 0 и 1 уже использованы, то $Н \geq 2$, а поэтому $Н + 8 \geq 10$, значит, есть переход 1 в разряд тысяч, следовательно, $Г + Н = 8$. Так как $Н \geq 2$, то 8 в виде суммы двух различных цифр можно представить двумя способами: $8 = 2 + 6 = 3 + 5$. Так как $А = 9$, а цифра 0 уже использована, то есть переход 1 в разряд сотен. При $Н = 2$ $Л = 1$, что невозможно. При $Н = 3$ $Л = 2$, тогда $И = 2$ или $И = 3$, что невозможно. При $Н = 5$ $Л = 4$, тогда $И = 4$ или $И = 5$, что невозможно. При $Н = 6$ $Л = 5$, тогда $И = 5$ или $И = 6$, что невозможно. Таким образом, $Т \neq 8$. Значит, $Т = 9$ и ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}1АГНИЙ\\ 9АН9АЛ\end{array}\\ \hline 109АЛЛЫ \end{array}$$

Так как Т – цифра нечетная, то в разряд десятков тысяч есть переход 1, значит, $2А = 8$, $А = 4$ и ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}14ГНИЙ\\ 94Н94Л\end{array}\\ \hline 1094ЛЛЫ \end{array}$$

Так как $Т = 9$, то в разряд тысяч есть переход 1, значит, $Г + Н = 13$. Учитывая, что цифры 4 и 9 уже использованы, 13 в виде суммы двух цифр можно представить

двумя способами: 13 = 6 + 7 = 8 + 5. Если Н = 5, то Л = 4 или Л = 5, что невозможно. Если Н = 6, то Л = 5 (так как равенство Л = 6 невозможно), тогда И = 1 или И = 0, что невозможно. Если Н = 7, то Г = 6, тогда Л = 6 или Л = 7, что невозможно. Следовательно, Н = 8, Г = 5, Л = 7 (так как равенство Л = 8 невозможно) и ребус принимает вид:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}1458ИЙ\\948947\end{array}\\ \hline 109477ЫI \end{array}$$

Так как цифры 7, 8 и 9 уже использованы, то есть переход 1 в разряд десятков, то есть Й ≥ 3, а так как цифры 0 и 1 уже использованы, то Ы ≥ 2. При Ы = 2 Й = 5, что невозможно. Цифры 4 и 5 уже использованы, а при Ы = 6 Й = 9, что невозможно. Значит, Ы = 3, Й = 6, И = 2 и ребус разгадан:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}145826\\948947\end{array}\\ \hline 1094773 \end{array}$$

Ответ. 145826 + 948947 = 1094773.

Задача 3

У четырех братьев всего 48 машинок. Если первому брату добавить 3 машинки, у второго забрать 3 машинки, третьему увеличить число машинок в 3 раза, а четвертому уменьшить число машинок в 3 раза, то у братьев машинок станет поровну. Сколько машинок было у каждого из братьев первоначально?

Решение.

Пусть равное количество машинок у братьев – x штук. Тогда первоначально у первого брата было $(x - 3)$ машинки, у второго – $(x + 3)$ машинки, у третьего – $\frac{x}{3}$ машинок, а у четвертого – $3x$ машинок. Всего у четырех братьев первоначально было $\left((x-3)+(x+3)+\frac{x}{3}+3x\right)$ машинок или 48 машинок. Получаем уравнение

$$(x-3)+(x+3)+\frac{x}{3}+3x=48,$$

$$\frac{x}{3}+5x=48,$$

$$16x = 3\cdot 48,$$

$$x = 3\cdot 3,$$

$$x = 9.$$

Первоначально у первого брата было $x - 3 = 9 - 3 = 6$ (машинок), у второго брата – $x + 3 = 9 + 3 = 12$ (машинок), у третьего брата – $\frac{x}{3}=\frac{9}{3}=3$ (машинки), у четвертого брата – $3x = 3\cdot 9 = 27$ (машинок).

Ответ. У первого брата было 6 машинок, у второго – 12 машинок, у третьего – 3 машинки, у четвертого – 27 машинок.

Задача 4

Мальчики спорили о длине трубы, которую трактор тянул на полозьях. Чтобы выяснить, кто прав, мальчик с длиной шага 0,75 *м* пошел вдоль трубы. Когда он шел в направлении движения трактора, то сделал вдоль трубы 120 шагов. В другом направлении он сделал вдоль трубы 30 шагов. Какова длина трубы?

Решение.

Пусть длина трубы равна a м, скорость трактора – x м/мин, а скорость мальчика – y м/мин. Так как длина шага мальчика 0,75 *м*, то двигаясь вдоль трубы по направлению движения трактора, мальчик прошел $120\cdot 0{,}75 = 90$ (м), а двигаясь против направления движения трактора – $30\cdot 0{,}75 = 22{,}5$ (м). 90 м мальчик прошел за $\frac{90}{y}$ мин, за это время трактор проехал $\frac{90}{y}\cdot x=\frac{90x}{y}$ (м); 22,5 м мальчик прошел за $\frac{22{,}5}{y}$ мин, за это время трактор проехал $\frac{22{,}5}{y}\cdot x=\frac{22{,}5x}{y}$ (м). Когда мальчик двигался по направлению движения трактора, то пройденный им пусть равен сумме длины трубы и пути, пройденному трактором за это время, то есть получаем уравнение

$a+\frac{90x}{y}=90$. Когда мальчик двигался против направления движения трактора, то пройденный им пусть равен разности длины трубы и пути, пройденному трактором за это время, то есть получаем уравнение $a-\frac{22{,}5x}{y}=22{,}5$. Вычтем из первого уравнения второе, получим $\frac{90x}{y}+\frac{22{,}5x}{y}=90-22{,}5$: $\frac{112{,}5x}{y}=67{,}5$, откуда, разделив обе части уравнения на 22,5, имеем $\frac{5x}{y}=3$ или $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$. Тогда $a=90-90\cdot\frac{3}{5}=90\cdot\frac{2}{5}=36$(м).

Ответ. 36 метров.

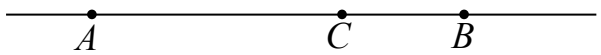
Задача 5

На прямой m от точки A отложены два отрезка AB и AC, причем $0{,}51AB < AC < AB$. Сравните отрезки BC и AC. Ответ обоснуйте.

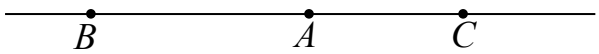
Решение.

От точки A на прямой два отрезка можно отложить двумя способами: другие концы отрезков лежат по одну сторону от точки A или по разные стороны от точки A.

<u>1 случай.</u> Точки B и C лежат по одну сторону от точки A. В этом случае точка C лежит между точками A и B, так как $AC < AB$. По условию $0{,}51AB < AC$, следовательно, $BC = AB - AC < AB - 0{,}51AB = = 0{,}49AB$. Таким образом, $BC < 0{,}49AB < < 0{,}51AB < AC$, то есть $BC < AC$.



<u>2 случай.</u> Точки B и C лежат по разные стороны от точки A. В этом случае отрезок AC является частью отрезка BC, следовательно, $BC > AC$.



Ответ. Если точки B и C лежат по одну сторону от точки A, то $BC < AC$; если точки B и C лежат по разные стороны от точки A, то $BC > AC$.