

**Задание № 1****Задача 1**

В марте некоторого года было четыре среды и четыре субботы. Каким днем недели было 8 марта в этом году? Ответ обосновать.

**Решение.**

В марте 31 день, что составляет четыре полных недели и еще три дня, то есть четыре дня недели в марте месяце встречаются четыре раза, а три дня недели встречаются в марте пять раз. Так как от среды до субботы четыре дня недели подряд (среда, четверг, пятница и суббота), а от субботы до среды пять дней недели подряд (суббота, воскресенье, понедельник, вторник и среда), то в марте месяце четыре раза были среда, четверг, пятница и суббота, и пять раз были воскресенье, понедельник и вторник. Таким образом, 1-ое марта было воскресеньем, следовательно, и 8-ое марта было воскресеньем.

**Ответ.** Воскресенье.

**Задача 2**

Найдите все трехзначные числа  $\overline{abc}$  такие, что число  $\overline{abc}$  в два раза меньше утроенной суммы трех двузначных чисел  $\overline{ab}$ ,  $\overline{ac}$ ,  $\overline{bc}$ ?

**Решение.**

$\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ,  $\overline{ab} = 10a + b$ ,  $\overline{ac} = 10a + c$ ,  $\overline{bc} = 10b + c$ . Так как  $\overline{abc}$  – трехзначное число, а  $\overline{bc}$  – двузначное число, то  $a, b, c$  – цифры, причем  $1 \leq a \leq 9$ ,  $1 \leq b \leq 9$ ,  $0 \leq c \leq 9$ . По условию задачи  $2 \cdot \overline{abc} = 3 \cdot (\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc})$ . Тогда

$$200a + 20b + 2c = 30a + 3b + 30a + 3c + 30b + 3c;$$

$$200a - 30a - 30a = 3b + 3c + 30b + 3c - 20b - 2c;$$

$$140a = 13b + 4c.$$

Так как  $b \leq 9$ ,  $c \leq 9$ ,  $13b + 4c \leq 117 + 36 = 153$ . Если  $a \geq 2$ , то  $140a \geq 280$ , следовательно, равенство не верно. Значит,  $a = 1$ . При  $a = 1$  равенство примет вид  $140 = 13b + 4c$ . Так как 140 и  $4c$  числа четные, то и  $13b$  число четное, следовательно,  $b$  число четное. При  $b \leq 7$  и  $c \leq 8$   $13b + 4c \leq 91 + 32 = 123 < 140$ . При  $b = 8$  и  $c = 9$   $13b + 4c \leq 104 + 36 = 140$ . Таким образом, условию задачи удовлетворяет одно трехзначное число 189.

**Ответ.** 189.

### Задача 3

Два трактора должны вспахать поле. Первый трактор за два дня может вспахать  $\frac{1}{11}$  часть поля, второй за одиннадцать дней – 62,5% поля. Через сколько дней после начала работы первого трактора к нему должен присоединиться второй, чтобы все поле было вспахано за 12 дней?

### Решение.

Найдем сначала производительность каждого трактора.

Так как первый трактор за 2 дня может вспахать  $\frac{1}{11}$  часть поля, то за один день первый трактор может вспахать  $\frac{1}{11} : 2 = \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{22}$  поля.

По условию задачи второй трактор за 11 дней может вспахать 62,5% поля или  $\frac{625}{1000} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$  поля, тогда за один день второй трактор может вспахать  $\frac{5}{8} : 11 = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{11} = \frac{5}{88}$  поля.

Первый трактор за 12 дней вспашет  $\frac{1}{22} \cdot 12 = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$  поля, тогда, чтобы вспахать все поле, второй трактор должен вспахать  $1 - \frac{6}{11} = \frac{5}{11}$  поля. Для того, чтобы вспахать  $\frac{5}{11}$  поля, второму трактору потребуется  $\frac{5}{11} : \frac{5}{88} = \frac{5}{11} \cdot \frac{88}{5} = 8$  дней,

следовательно, второй трактор должен присоединиться к первому через  $12 - 8 = 4$  дня.

**Ответ.** Через 4 дня.

#### Задача 4

Самолет летел сначала со скоростью 220 км/ч. Когда ему осталось пролететь на 385 км меньше, чем он пролетел, он изменил скорость и стал двигаться со скоростью 330 км/ч. Средняя скорость самолета на всем пути оказалась равной 250 км/ч. Какое расстояние пролетел самолет?

#### Решение.

Пусть самолет со скоростью 220 км/ч пролетел  $S$  км, тогда со скоростью 330 км/ч самолет пролетел  $(S - 385)$  км, следовательно, весь путь самолета составляет  $(2S - 385)$  км. Первую часть пути самолет летел  $\frac{S}{220}$  часов, вторую часть пути —  $\frac{S - 385}{330}$  часов. На весь путь самолет затратил  $\frac{S}{220} + \frac{S - 385}{330}$  часов, что по условию задачи составляет  $\frac{2S - 385}{250}$  часов. Получаем уравнение

$$\frac{S}{220} + \frac{S - 385}{330} = \frac{2S - 385}{250};$$

$$\frac{3S + 2S - 770}{660} = \frac{2S - 385}{250};$$

$$\frac{5S - 770}{660} = \frac{2S - 385}{250};$$

$$25 \cdot (5S - 770) = 66 \cdot (2S - 385);$$

$$125S - 50 \cdot 385 = 132S - 66 \cdot 385;$$

$$132S - 125S = (66 - 50) \cdot 385;$$

$$7S = 16 \cdot 385;$$

$$S = 16 \cdot 55;$$

$$S = 880.$$

Значит, самолет пролетел  $2S - 385 = 2 \cdot 880 - 385 = 1760 - 385 = 1375$ (км).

**Ответ.** 1375 км.

### **Задача 5**

Дама сдавала в багаж: диван, чемодан, саквояж, картину, корзину, картонку и маленькую собачонку. Диван весит столько же, сколько чемодан и саквояж вместе, и столько же, сколько картина и картонка вместе. Картина, корзина и картонка имеют одинаковую массу, причем каждая из них тяжелее, чем собачонка. Когда выгружали багаж, дама заявила, что собака не той породы. При проверке оказалось, что собака перевешивает диван, если к ней на весы добавить чемодан или саквояж. Докажите, что претензия дамы была справедлива.

### **Решение.**

Обозначим массу саквояжа  $C$ , чемодана –  $Ч$ , дивана –  $Д$ , корзины, картины или картонки –  $К$  (по условию задачи корзина, картина и картонка имеют одинаковую массу), собачонки –  $П$ . Тогда по условию задачи  $Д = C + Ч$ ,  $Д = 2К$ ,  $К > П$ . Тогда  $Д = 2К > 2П$ , то есть  $Д > 2П$ .

При проверке оказалось, что  $П + C > Д$  и  $П + Ч > Д$ , откуда

$$2П + C + Ч > 2Д,$$

$$2П + Д > 2Д,$$

$$2П > Д.$$

Полученное неравенство  $2П > Д$  противоречит неравенству  $Д > 2П$ , являющемуся следствием условий задачи, следовательно, **претензия дамы была справедлива.**