

Образцы задач, используемых в тестах

1. Сколько существует абстрактных деревьев с 7 вершинами, у которых две центральных вершины и радиус равен 2?
2. Сколько существует абстрактных непланарных графов с 6 вершинами, из которых ровно одна имеет степень 5?
3. Сколько существует абстрактных графов с 6 вершинами и а) $\chi = 2$, $\nu = 3$; б) имеющих гамильтонов цикл, $\nu = 4$, $\Delta = 3$?
(χ – хроматическое число, ν – цикломатическое число, Δ – максимальная степень вершины).
4. Может ли эксцентриситет вершины
 - а) увеличиться при удалении из графа некоторого ребра?
 - б) уменьшиться при удалении из графа некоторого ребра?
 - в) уменьшиться при удалении из графа другой вершины?
 - г) увеличиться при удалении из графа другой вершины?
5. Какие из следующих утверждений верны?
 - а) Два блока могут иметь не более одной общей вершины.
 - б) При удалении из графа вершины число блоков может увеличиться.
 - в) Если в графе есть гамильтонов цикл, то в нем нет шарниров.
 - г) Если в графе нет шарниров, то в нем есть гамильтонов цикл.
6. Каково наименьшее число ребер в связном непланарном графе с 8 вершинами?
7. Для некоторого графа построено BFS-дерево. Ребро графа (x, y) дереву не принадлежит. Расстояние в дереве от корня до вершины x равно 7. Какие из следующих значений может принимать расстояние от корня до вершины y : 5, 6, 7, 8, 9?
8. Сколько различных (помеченных) а) BFS-деревьев б) DFS-деревьев можно построить для графа $K_{2,3}$?
9. Какие значения может принимать высота BFS-дерева, построенного для графа $P_4 \times P_5$?
10. Алгоритм поиска в глубину применяется к графу Q_k , заданному списками смежности. Какие оценки трудоемкости справедливы в этом случае?
 - 1) $O(k2^k)$; 2) $O(2^k)$; 3) $O(2^{2k})$; 4) $O(k^2)$.
11. Какие из следующих оценок трудоемкости верны для алгоритма поиска в глубину, применяемого к дереву, заданному а) списками смежности; б) матрицей смежности?
 - 1) $O(n)$; 2) $O(m)$; 3) $O(m + n)$; 4) $O(n^2)$; 5) $O(mn)$.
12. Поиск в ширину применяется к графу $P_n \times C_k$ ($n > 0, k > 0$), заданному списками смежности. Какие из следующих оценок трудоемкости верны?
 - 1) $O(n + k)$; 2) $O(nk)$; 3) $O(n^2k)$; 4) $O(nk^2)$.
13. Какова будет суммарная длина фундаментальных циклов относительно каркаса, построенного с помощью поиска а) в ширину б) в глубину для графа $K_{3,4}$?
14. Какие из следующих утверждений верны?
 - 1) Для любых графов G и H с одним и тем же множеством вершин выполняется равенство

$$G \cap (H \oplus G) = G \cap \bar{H}.$$

2) Если $G = H \oplus F$ для графов G , H и F , то $G = \bar{H} \oplus \bar{F}$.

3) Объединение двух квазициклов – всегда квазицикл.

4) Если относительно некоторого каркаса построена система фундаментальных циклов, то каждое ребро каркаса принадлежит точно одному из этих циклов.

15. Какое наибольшее цикломатическое число может быть у графа с 6 вершинами и $\chi(G) = 2$?

16. Сколько у графа $P_5 + C_5$ имеется а) наименьших вершинных покрытий; б) наибольших независимых множеств; в) наибольших клик; г) наибольших паросочетаний?

17. Найдите число независимости, число вершинного покрытия, кликовое число и хроматическое число графа $P_4 + \bar{C}_6$.

18. Какие из следующих равенств выполняются для любых графов G и H (π – мощность наибольшего паросочетания)?

1) $\pi(G + H) = \pi(G) + \pi(H)$

2) $\pi(G \circ H) = \pi(G) + \pi(H)$

3) $\pi(G \cup H) \geq \max\{\pi(G), \pi(H)\}$

4) $\pi(G \cap H) = \min\{\pi(G), \pi(H)\}$

19. Сеть имеет множество вершин $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 1 – источник, 6 – сток. Ориентированное ребро (i, j) принадлежит сети, если $i < j$ и $j - i \leq 2$. Пропускная способность каждого ребра, инцидентного источнику или стоку, равна 3, а у всех остальных ребер она равна 2. Какова максимальная величина потока в этой сети?

20. В графе K_6 все ребра некоторого гамильтонова цикла имеют вес 3, а все остальные ребра – вес 7. Каков будет суммарный вес ребер дерева, построенного для этого графа с помощью алгоритма Дейкстры?

21. В полном графе с 11 вершинами существует гамильтонов цикл, все ребра которого имеют вес 2. Имеются еще два ребра веса 1, а все остальные ребра имеют вес 3. Чему равен вес оптимального каркаса для этого графа?

22. Каково наименьшее число вершин в графе, имеющем 5 шарниров и 1 перешеек?

23. Чему равен радиус дерева с кодом Прюфера (5,2,5.2.2)?

24. Для графа пересечений семейства множеств $\{\{1,4\}, \{1,5\}, \{1,2,4\}, \{1,3,5,6\}, \{2,6\}, \{3\}\}$ найдите 1) цикломатическое число; 2) число независимости; 3) число вершинного покрытия; 4) кликовое число; 5) хроматическое число.

25. В графе с 7 вершинами имеется гамильтонов цикл, а ребра, не входящие в этот цикл, образуют каркас. Четыре вершины графа имеют степень 3, а две – степень 4. Какова степень оставшейся вершины?

26. В двудольном графе одна доля состоит из трех вершин, две из которых имеют степень 2, а третья – степень 3, а другая доля – из четырех вершин, среди которых две имеют степень 1, а одна – степень 3. Какова степень оставшейся вершины?

27. Какое наименьшее число ребер нужно добавить к графу $P_2 \times P_4$, чтобы получился граф, в котором есть эйлеров цикл?

Ответы

1. 2.
2. 3.
3. а) 2; б) 2.
4. а) да; б) нет; в) да; г) да.
5. а, б, в.
6. 11.
7. 6, 7, 8.
8. а) 12; б) 18.
9. 4, 5, 6, 7.
10. 1 и 3.
11. а) все; б) 4 и 5.
12. 2, 3, 4.
13. а) 24; б) 28.
14. 1 и 2.
15. 4.
16. а) 5; б) 5; в) 9; г) 15.
17. $\alpha = 4$, $\beta = 6$, $\omega = 3$, $\chi = 3$.
18. 1 и 3.
19. 6.
20. 19.
21. 18.
22. 12.
23. 2.
24. 1) 4; 2) 3; 3) 3; 4) 4; 5) 4.
25. 6.
26. 2.
27. 2.